

1 プロセサで計算できない問題の並列化率 α や並列化効率 ε_n の推定方法

1 プロセサでの実行時間 : T_1

n プロセサでの実行時間 : T_n

m プロセサでの実行時間 : T_m

とする。

n プロセサでの加速率 A_n は以下のように定義される。

$$A_n = \frac{T_1}{T_n} \quad (1)$$

また、アムダールの法則より、並列化率を α とすれば、

$$A_n = \frac{1}{1 - \alpha + \frac{\alpha}{n}} \quad (2)$$

とかける。

上式を α について解けば、

$$\alpha = \frac{n(A_n - 1)}{(n - 1)A_n} \quad (3)$$

となる。

T_1 が分からない場合 (1 プロセサで計算できない場合) は、 T_n , T_m を用いて、式(1),(2)より、

$$A_n = \frac{T_1}{T_n} = \frac{1}{1 - \alpha + \frac{\alpha}{n}} \quad (4)$$

$$A_m = \frac{T_1}{T_m} = \frac{1}{1 - \alpha + \frac{\alpha}{m}} \quad (5)$$

とかける。式(4),(5)より T_1 を消去し、 α について解けば次式を得る。ただし、並列化率 α はプロセサ数が増え変化しても一定であるとしてある。

$$\alpha = \frac{T_n - T_m}{\frac{m-1}{m}T_n - \frac{n-1}{n}T_m} \quad (6)$$

☆ グラフの書き方の例

式(6)を使って $n=1024$, $m=2048$, $T_n=1381.823$ 秒、 $T_m=719.628$ 秒 (実測) の時の並列化率 α を求めれば、 $\alpha=0.999958$ となる。

並列化効率 ε_n は

$$\varepsilon_n = \frac{A_n}{n} = \left(\frac{1}{1 - \alpha + \frac{\alpha}{n}} \right) / n \quad (7)$$

とかけるので、添付のグラフのようになる。

