

リサーチコモンズ

47-196696 棚橋夏彦

Aグループの前半テーマ

- ▶ 先進CAE演習

有限要素解析ソフト「FrontISTR」

- ▶ 数値解析の高度化演習

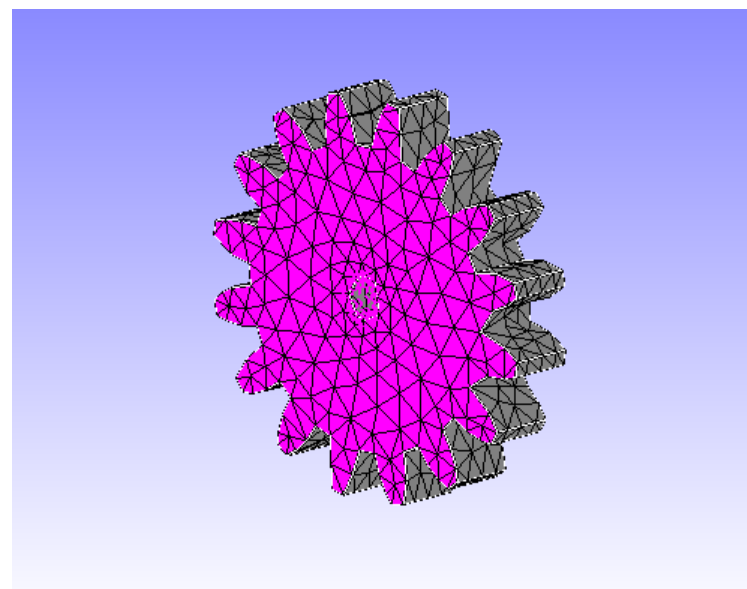
4倍精度数値計算ライブラリ

FrontISTR

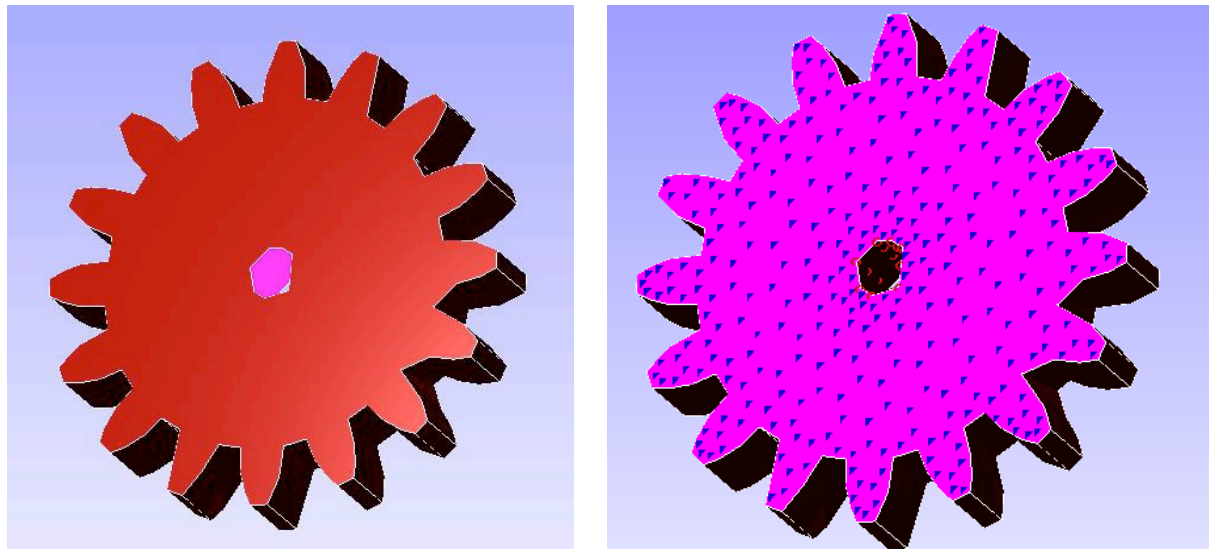
▶有限要素解析とは

領域をメッシュに分割し各メッシュごとの
方程式を近似して解く数値解析手法

産業的にはシミュレーション・可視化といった
応用がされる



数値構造解析による可視化①



歯車の円孔の変位を拘束し+z方向の面に表面力1GPaの負荷をかける

数値構造解析による可視化②

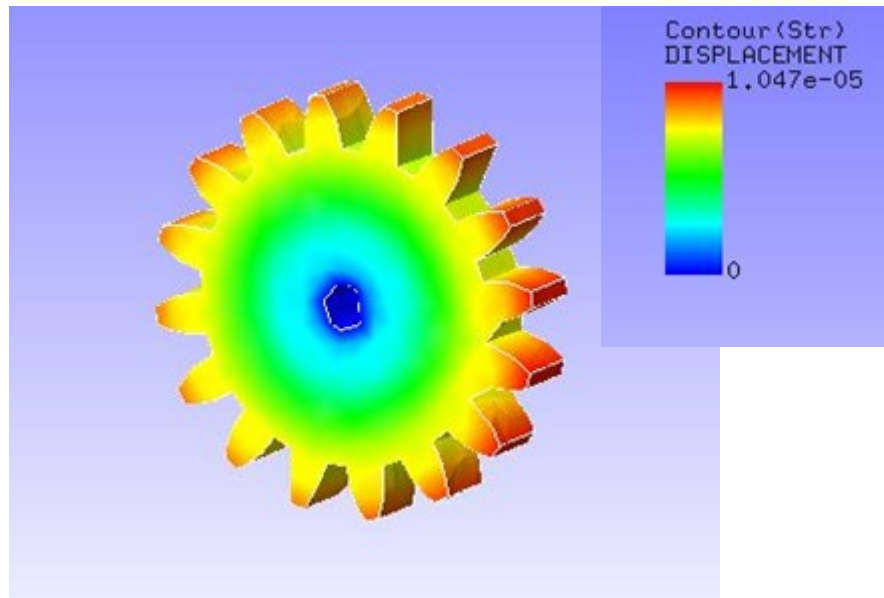


図1 最大変位

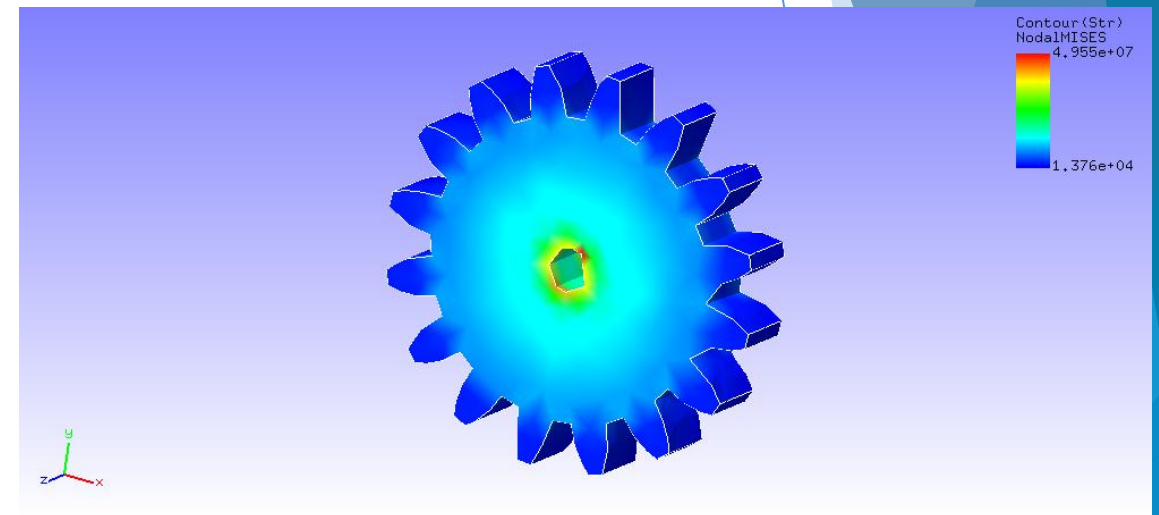
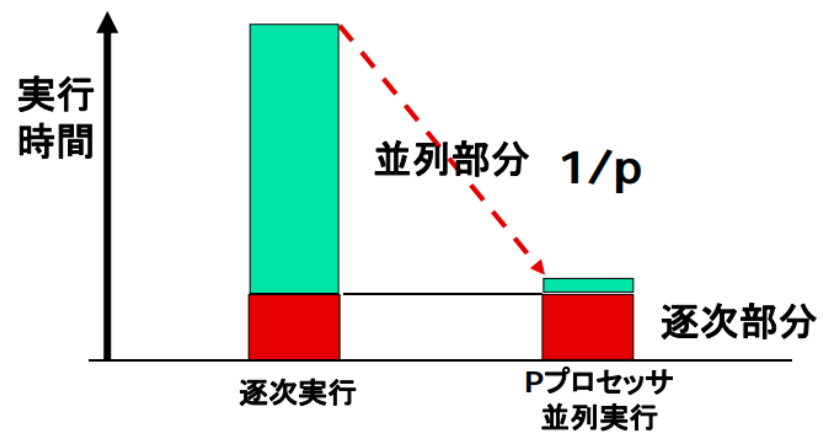


図2 Mises応力

並列処理計算

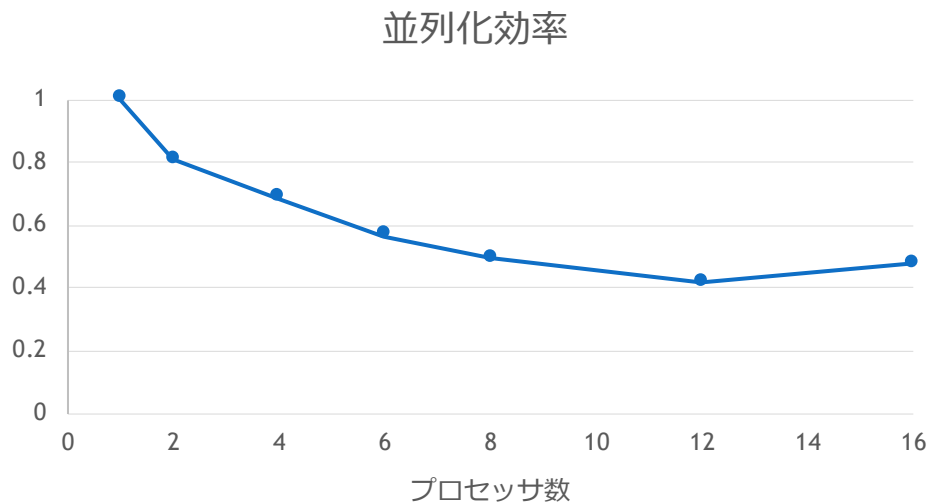
▶ アムダールの法則

処理効率はそれを構成する個々の要素の平均効率で決まるのではなく
一部の非効率部分によって律速される



※理化学研究所 計算科学研究機構(AICS)より引用

FrontISTRによる並列処理



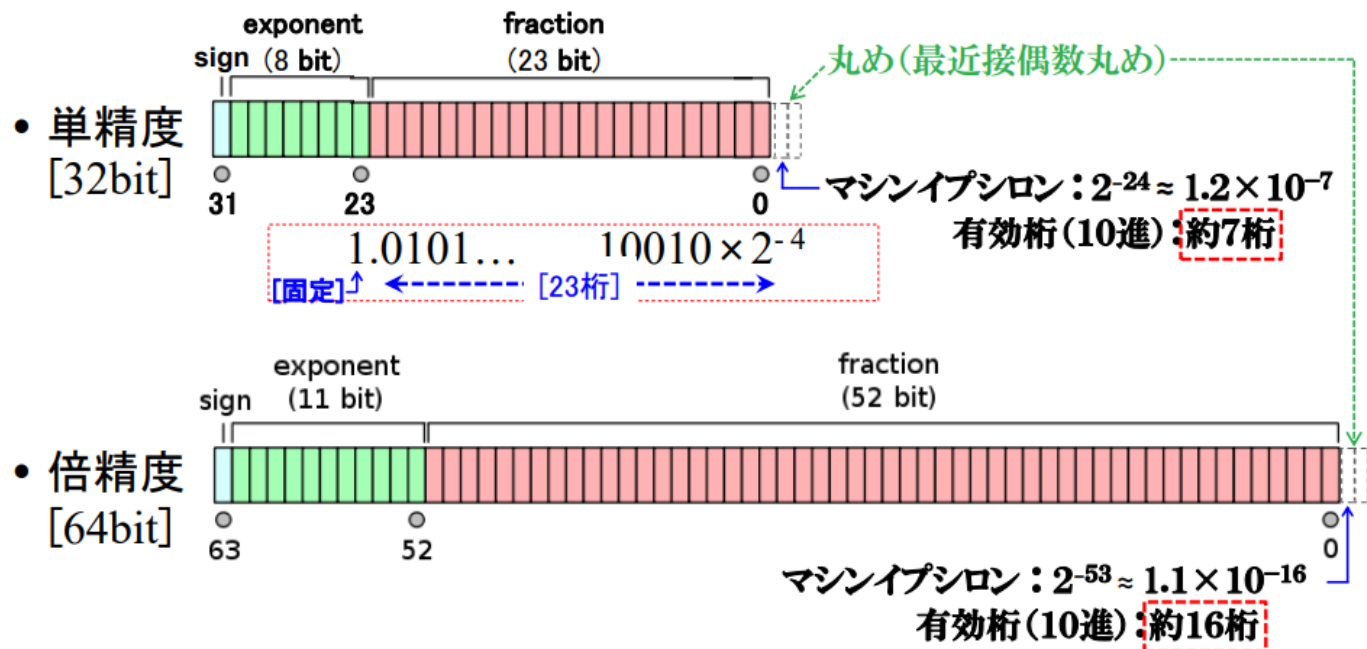
プロセッサ数	TOTAL(s)	pre(s)	solve(s)	並列化可能部分の割合の推定値
1	1.54	0.08	1.46	
2	0.94	0.04	0.9	0.77
4	0.57	0.04	0.53	0.85
6	0.45	0.02	0.43	0.85
8	0.39	0.02	0.37	0.85
12	0.32	0.03	0.29	0.87
16	0.23	0.05	0.19	0.93

プロセッサN個の時の実行時間を T_n とするとき
加速率： T_1/T_n
並列化効率： $T_1/(N \times T_n)$

上の図は前スライドの歯車の解析の並列処理による値

数値解析の高度化演習

標準フォーマット：IEEE745形式 [標準型]



ハードウェア的実装で高速

※佐々先生のスライドから引用

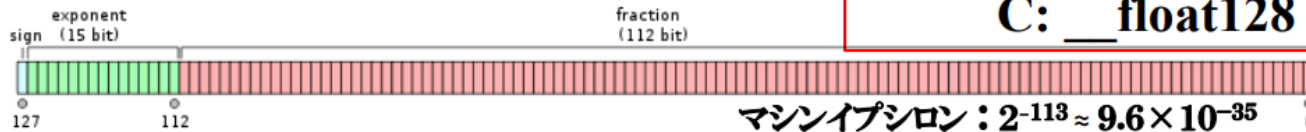
4倍精度とは

多倍長(4倍精度)実数の例

仮数部(2進)112(+1)bit → 10進約34桁

- 4倍精度[128bit, IEEE754形式]

Fortran: `real*16`
C: `__float128`

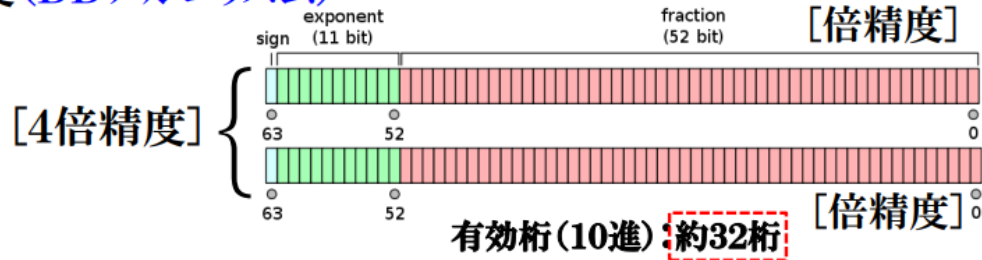


マシンイpsilon: $2^{-113} \approx 9.6 \times 10^{-35}$
有効桁(10進): 約34桁



ソフトウェア的実装で低速

- [擬似]4倍精度(DDアルゴリズム)
[64bit + 64bit]



※佐々先生のスライドから引用

4 倍精度数値計算の必要性

多倍長計算の例

- ① π (円周率) 計算 (数学定数の計算)
- ② 高精度計算が必要な問題
 - ・ 連立一次元方程式 [$Hx=b$ H:ヒルベルト行列, $H_{ij} = 1/(i + j - 1)$]
- ③ 大規模数値計算
スパコンをフル活用したベンチマークテストにおける有効桁不足

学融合の視点

- ▶ 有限要素解析への4倍精度計算の導入

先行研究

「平成24年度大規模施設の構造を計算科学手法により
評価するための基盤技術に関する共同研究開発」

CG法（反復法）の4倍精度計算

右に示すような非対称行列「Toeplitz行列」
を対象に4種類の反復法の有効性の調査が行われた。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & & & \\ & 2 & 1 & & \\ \gamma & & 2 & 1 & \\ & \ddots & & \ddots & \ddots \\ & & \gamma & & 2 \end{pmatrix}$$

多倍長精度計算による反復法

a) 倍精度反復法による反復回数

γ	BiCGstab	GMRES	TFQMR	GPBi-CG
1.3	171	90	not convergence	47
1.5	322	126	not convergence	96
1.7	508	180	not convergence	154
1.9	not convergence	258	not convergence	236
2.1	not convergence	391	not convergence	576
2.3	not convergence	759	not convergence	not convergence
2.5	not convergence	not convergence	not convergence	not convergence

b) 4倍精度反復法による反復回数

γ	BiCGstab	GMRES	TFQMR	GPBi-CG
1.3	147	90	90	47
1.5	236	126	198	88
1.7	404	180	not convergence	139
1.9	not convergence	258	not convergence	192
2.1	not convergence	391	not convergence	267
2.3	not convergence	759	not convergence	509
2.5	not convergence	not convergence	not convergence	952

安定化双共役勾配方(BiCGStab法)
一般化最小残差法(GMRES法)
疑似的最小残差法(TFGMR法)
一般化積型双共役勾配方(GPBi-CG法)

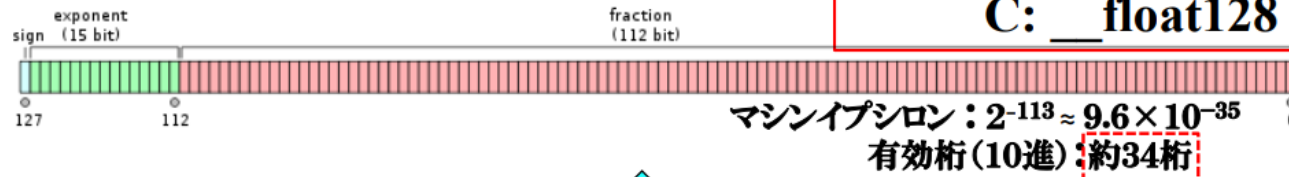
TFQMRを用いた場合に $\gamma=1.3, 1.5$ において、
倍精度では収束しなかったが4倍精度を導入することで収束した。

多倍長（4倍精度計算）の高速化

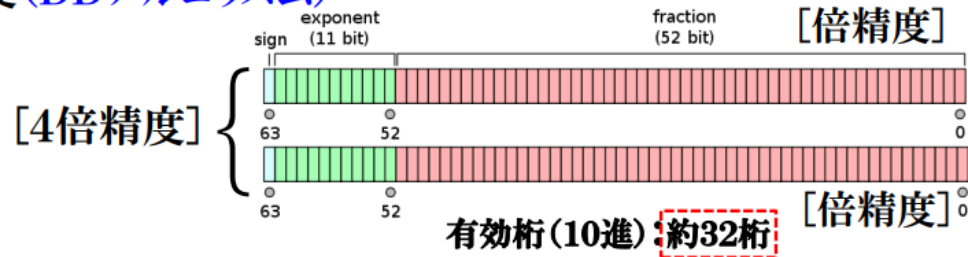
多倍長(4倍精度)実数の例 仮数部(2進)112(+1)bit → 10進約34桁

- 4倍精度[128bit, IEEE745形式]

Fortran: real*16
C: __float128



- [擬似]4倍精度(DDアルゴリズム)
[64bit + 64bit]



ソフトウェア的実装で低速 → ハードウェア的実装で高速化

FPGAとは

Field-programmable gate array

HDLで回路がプログラミング可能なツール

4倍精度計算はソフトウェア的実装を行っていたため
計算効率が問題となっていた

FPGAを使えば**ハードウェア的実装**により
任意の桁数の演算が最適化できる

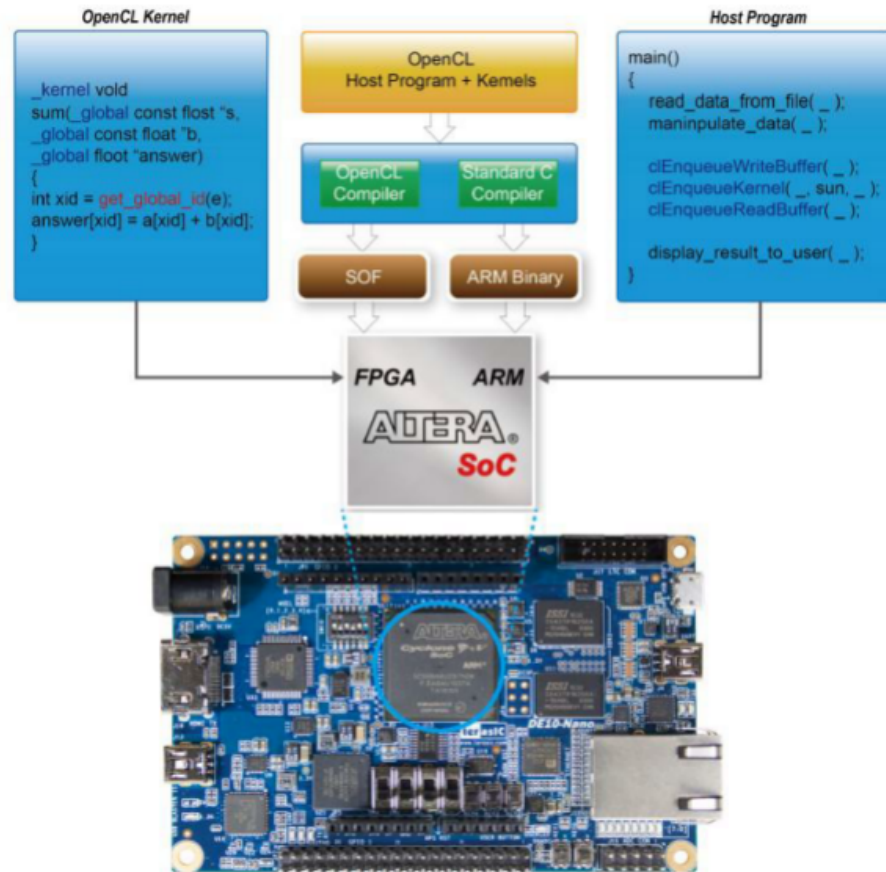
FPGAを用いるメリット

- ▶ ピーク性能の高い計算機を実現

→

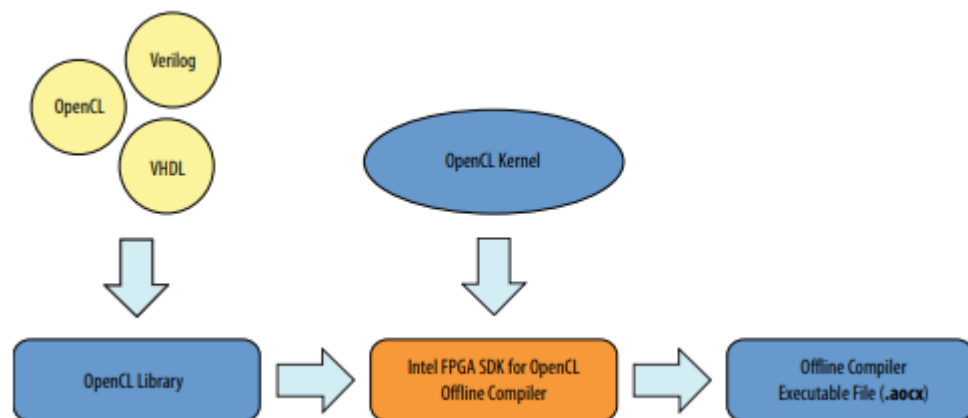
スパコンの演算能力には劣るが、
計算の目的に合ってハードを最適化することで
効率の良い低コスト・低電力消費の計算機を実現可能になる。

FPGAへのOpenCL実装



※terasicの資料から引用

FPGAによる計算回路実装



※Intelの資料から引用

OpenCL Library を使ってFPGAにVHDL記述による計算回路を実装する。

4倍精度計算のライブラリは用意されていないので
自身でハードウェア言語を記述して実装することが不可欠

まとめ

- 有限要素解析において計算効率を上げるが重要である.
- 4倍精度計算が必要とされる場合は限定的だが
HDLでライブラリ化出来ればでハードウェア的演算で高速化できる.
- 今回は, 4倍精度計算のハードウェア的に計算回路を
実装することはできなかった. 今後の課題としたい.